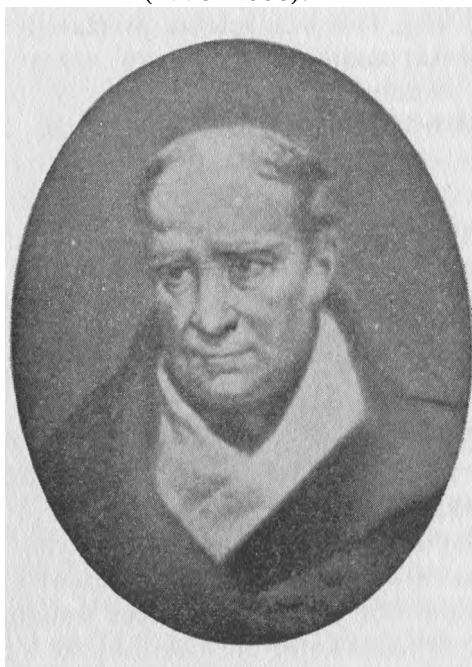


# MOKSLININKAI.

J. M. Hoene-Wronskis — matematikas.

(1778 -1853).



Paskaita laikyta 1929 ra. gegužio 30 d. Did. Universiteto sal j autoriui  
pri mus matematikos garb s daktaro diplom .

J s Magnificencija, aukštai gerbiamasis dekane, garb s  
profesoriai ir malonusis jaunime!

Suteiktas man Lietuvos Universiteto Matematikos-Gamtos  
Fakulteto matematikos garb s daktaro laipnis uždeda man  
malonios pareigos garbiems to fakulteto mokslo vyrams tarti  
ia nuoširdžiausios pad kos žod , juoba kad, ties sakant, ši  
garb tenka man daugiau, kaip vienam iš pirm j Lietuvoje  
matematikos m g j , teparašusi lietuviškai vos keliolika  
trumpu i matematišk tyrin jim , negu kaip matematikui

tikra to žodžio prasme. Tarp matematikos m g j o ir tikro matematiko esama labai didelio skirtumo. Tam skirtumui nušviesti aš ir pasirinkau vien iš tikt r j matematik , tik, deja, šiandiena dar tinkamai ne vertint ir kaip reikiant vis dar nesuprast . Tas didelis ir garbus matematikas — tai J. M. W r o n s k i s .

D l ko iš daugyb s garsiausi matematik aš pasirinkau š , o ne kur kit , tam yra keletas priežas i . Pirmiausia tai ta, kad Wronskis mane jaunyst j yra sužav j s netik savo matematišk išradim gausumu, bet ir j pagrindimo bei išvedimo filosofiskumu. Jis patrauk mane tuo, kad jis buvo ne vien matematikas, bet ir matematikas-filosofas. Atskyrus Dekart ir Leibnic , kiti gars s matematikai tos svarbios ypatyb s, deja, n ra tur j .

Antra priežastis — chronologiška, nes pernai rugpi io 24 d. yra sukak lygiai 150 met nuo Wronskio gimimo. Jo tautie iai lenkai Varšuvoje t jubiliuj yra pažym j savo laikraš iuose; v liau buvo ketin surengti didesn iškilim , pakviesti jon sve i iš užsieni . Ar ji vyko ir kaip yra pasisekus, aš, deja, žini nesu gav s, nors jon buvau irgi kviestas.

Tre ia — tai nesenai atsiradus galimyb ar iau susipažinti su matematiškais Wronskio veikalais. Tie jo veikalai, ypa seniausieji, buvo tap bibliografiška retenybe, negaunama už jokius pinigus. Žinodama tai, garsi Hermanno firma Paryžiuj 1925 m. manuldruku yra išleidus visus seniausius Wronskio matematiškus veikalus keturiuose storokuose tomuose. D l pigumo tas leidinys nepigus, nes mokama 600 frank , bet kiekvienas, vidutiniškai pasitur s matematikas vis d ltogal s j sigyti ir su Wronskio matematiškais tyrin jimais iš jo apsipažinti.

Pagalios ketvirta — tai Wronskio universaliskumas. Neperdedant, Wronskis galima pavadinti XIX amžiaus Leibnicu. Nes jis kiaurai žinojo netik tyr j ir pritaikom j matematik , bet ir kitus mokslus, k. š. istorij , teologij , social ekonomij , politik , o už vis filosofij . Ir tas Wronskio enciklopedizmas nebuvo paviršutiniškas, nes jis kiekvien moksl mok jo iš pamat . Tuo atžvilgiu Wronskis XIX a. mokslinink tarpe neturi sau lygi , nes jis buvo netik didis matematikas, bet ir lygiai didis astronomas ir fizikas ir mechani-

kas ir išrad jas, nekalbant jau apie jį, kaip viską apimanios absoliučios filosofijos sistemos autori .

Iš šios pastarosios aplinkybės sveiki, tikiuos, suprasit, jog pilnos Wronskio charakteristikos aš iria Tamstoms negalėsiu patiekti, nes tam tektų parašyti ištisa knyga. Dėliai to aš tekalbėsiu šiandien apie Wronską vien tik, kaip matematiką, pridėjęs vos keletą trumpų žinių apie jo gyvenimą .

## I.

Hoene Wronskis yra gimęs Poznanės apylinkėse rugpjūčio 24 d. 1778 m. Jo tėvas cechas, iš profesijos architektas, buvo grąpą Ražynskio pakviestas Lenkijoje, kur ir apsigyveno, vedęs lenkę Gertrūdę Gruberaitę . Tos moterys s pirmagimis ir buvo mūsų matematikas, gavęs prie krikšto dvejopą Juozapo-Marijos vardą .

Paties tėvo gerokai pramokytas, dešimties metų buvo atiduotas Varšuvos kadetų korpusui, kuris anais laikais buvo laikomas pavyzdinga mokykla. Baigęs iria 1794 m. mokslus, šešiolikos metų jaunikaitis Wronskis stojo puskarininkiu lenkų artilerijos eilėse. Galima spėti, kad Wronskis jau ir tuomet buvo gerokai apsipažinęs su balistika, nes jo seniausiuose užrašuose yra užsilikęs nemažas pastabas, liečiančių svarbią pritaikomosios matematikos sritį. Tapat patvirtina ir faktas, kad pirmutinis Wronskio paskelbtas, tik, dejas, neužsilikęs, veikalas yra buvęs „Le bombardier polonais“.

T artilerijos mokslus jis ne vien teoretiškai mokėjo, bet ir praktikojęs sugebėjo davo pritaikinti. Tai parodo kad ir šis atsitikimas. Kai 1794 m. prūsų kariuomenė buvo apgulus Varšuvą, Wronskis gerai nutaikintu šūviu uždegė Wolios priemiesčių daržinę, nuo kurios smarkiai išsiplėtęs gaisras privertė prūsus trauktis iš ten šalimais. Už tai iš vyriausio karo vado Wronskis yra gavęs aukso laikrodį dovaną .

Atmintiname mūsų ties Maciejovicomis Wronskis buvo prie Kosciuškos, su kurio drauge ir pateko rusų nelaisvėn. Sekančiais 1795 m. 17-osiomis metais Wronskis randamėjas rusų armijos eilėse majoro laipsny, priskirtas prie Suvorovo štabo. Garsusis feldmaršalas labai mągo jauną karininką ir dažnai kalbėdavos su juo apie karo dalykus. Biografas liudijimu Wronskis davęs beveik kasdienis Suvorovo sveikas.

Patarnav s rus armijoje por met , W-is vyksta Petra-pilin ir bando stoti laivynan. Tolimos kelion s, lankymas ikšiol nematyt krašt masino, matyt, jaun žmog . Bet pa-sirod , kad dar nesutvirt j s W-io organizmas negali pakelti varg , sujungt su ilgu plaukiojimu j roje. Taigi su mintimi tarnauti laivyne teko W-iai persiskirti.

Be to netrukus vykusi carien s mirtis ir Suvorovo atsista-tymas yra pakreip W-io likim kiton pus n. Jis gavo sa-kym gr žti pulkan, kurin buvo priskirtas. D liai to teko jam atsiseveikinti su Petrapiliu ir vykti Gardinan, o v liau Vilniun.

Bet ia W-is neilgai gyveno. Sklindan ios iš užsieni po-litiškos žinios paragino j išeiti iš rus armijos. Jo atsista-tydinimas priimtas, o caras Povilas I, reikšdamas W-iai ypatingos malon s, suteik jam teis d v ti rus karišk j uniform , kuo W-is v liau nemaža didžiavos.

1797 m. W-is vyksta užsienius. ia jis iš pradži sva-joja apie diplomatišk j karier , bet Vokietijoje, ar iau susi-pažin s su an laik vokie i filosofija, pasiryžta visai atsi-duoti mokslui, sitikin s, kad tuo keliu gal si s daug daugiau naudos padaryti netik savo t vynei, bet ir visai žmonijai.

Nuodugniai išstudijav s Kanto, Fichtes, Hegelio, Schellingo ir kitas vokie i filosofiškas sistemas, 1801 m. W-is vyksta Pranc zijon. ia jis bando supažindinti pranc zus su nau-j ja vokie i filosofija, patsai gi studijuoja astronomij ir stoja organizuotus tuomet Pranc zijoj lenk legijonus.

Bet 1803 m. mai iš j išeina, nustebindamas tuo savo draugus. Prie to žingsnio yr past m j s W- netik tai kil s jame dvasios krizis. vyko šis krizis rugpi io 15 d. t pa-i 1803 m. surengtame pranc z tautos švent je linksmam vakar ly. W-is ia susyk pasijuto pri j s didžiaus išradim . Palik s tat besilinksminan ius draugus, jis, lyg apsvaig s, b go su paskubiu namo, stumdydamas gatv j praeivius, nes jo galvoj suspindo nepaprastai dr si mintis — iš vieno ra-cionalinio principo bei absoliuto išvesti visas mokslas, pasiekti absoliuti tiesa vi-rose žinijos srityse. Keli t absoliucij ties turi nurodyti absoliu ioji filosofija, o josios ties tikrum —ga-

rantuoti matematika, kaip žemesnis ir labiau apiuopiamas mokslas.

Bet an laik matematika W-io nepatenkina. Jis imasi j reformuoti, stengdamasis jos pagrindines tiesas ir bendruosius metodus išvesti iš savo atrasto absoliuto ir tuo išpr sti visas jos dar neišspr stas problemas. Darbas buvo nelengvas. Iš vienos šalies reik jo sukritikuoti netobulos an laik matematikos klaidingi metodai, o iš kitos — nurodyti keli , vedant matematik galutin jos pagrindim ir ištobulinim .

W-is nepab go to sunkaus darbo. Apsigyven s nuo 1801 m. Pranc zijo ir nuo 1810 m. persik l s Paryžiun, jis per 50 met su nuostabia ištverme darbuojas, galima sakyti, visose mokslo srityse, neduodamas ramyb s garsiausiems an laik pranc z matematikams savo giliomis kritikomis, kuo užsitraukia ir sau nemaža nemalonum ir vargo, netekdamas kartais net duonos k snio. Bet ir tose sunkiose aplinkyb se jis nepaliauja dirb s mokslo darbo.

Jo nuo 1801 iki 1853 padaryti moksliški išradimai, jo ginai su an laik mokslininkais ir mokslo akademijomis, jo visoki politini , sociali , religini ir moksliški , reform projektai — užpildo žymiausi jo biografijos dal <sup>1)</sup>. Deja, visur j lydi nepasisekimas. Jo matematiški veikalai lieka nesuprasti ir tinkamai nevertinti, jo išrastos ir apipatentuotos mašinos neranda pripažinimo. Vienatinio šviesesnio momento jis tesusilauk ved s p-l Montferrieri t . Per j jis susiartino su jos broliu matematiku A. K. de Montferrier'u, kuris, pažin s W-io matematišk išradim svarb , m s uoliai juos platinti ir populiarinti — iš pradži savo dvitomiame matematikos žodyne (Dictionnaire des sciences pures et appliquées. Paris 1835), o v liau savo keturtom j Matematikos Enciklopedijoj (Encyclopédie mathématique ou exposition complète de toutes les branches des Mathématiques d'après le prin-

<sup>1)</sup> Vienatin W-io biografija, parašyta varšuvie io matematsko S. Dicksteino „Hoene Wronski, jego žyčiai i prace, Kraków 1886, kad ir išleista Krokuvos Mokslo Akademijos, lenk publikai nepadar jokio sp džio, tik Varšuvos antisemitams dav progos be jokio rimto pagrindo pulti tos biografijos autori .

cipes de la philosophie des Mathématiques de Hoene Wronski, Paris, Amyot). W-io paži ros matematik išd tos ia aiškiai ir gana populiariai. Taigi ši enciklopedija yra geriausias vadas matematiškus W-io veikalus.

Be j W-is yra paraš s daugyb filosofiško turinio rašt . Štai žymesni iš j :

Philosophie critique découverte par Kant, fondée sur le dernier principe du savoir humain. 1803.

Prodrome du Mesianisme 1831.

Prolégomènes du Messianisme 1842,

Metapolitique Messianique, 1839.

Philosophie absolue de l'histoire, 1852.

Apodictique Messianique ou Traité du savoir suprême, 1870.

Nomothétique Messianique ou lois suprêmes, du monde, 1881.

Caméralistique. Economie politique et finances, 1887.

Adresse aux nations slaves, sur les destinées du monde, 1847.

Adresse aux nations civilisées sur le sinistre désordre, révolutionnaire, 184S.

Les cent pages décisives pour S. M. Empereur le Russie, 1850.

Epitre à S. M. Empereur de Russie.

Epitre du Souverain Pontife Leon XII sur l'urgence actuelle de l'accomplissement de la religion, 1827 ir k.

W-io biografo Dicksteino apskaitymu, spausdint W-io veikal skai ius siekia 107. Jo užsilikusi atskir rankraš i , pamin t Dicksteino knygoj, aš esu suskait s 337, j tarpe pasitaiko ir didžiatomi mokslišk tyrin jim .

Jausdamas beart jant savo mirties valand , W-skis, pagautas gailiesio, išsitar : „Visagalis Viešpatie! Man taip daug kas dar liko pasakyti!..“ Žodžiai visai suprantami l pose to žmogaus, kurs savo galingu protu buvo apgl b s beveik vis žmonijos moksl .

Mir W-is rugpi io 9 d. 1853 m. Jo paminkle garsusis kompozitorius Gounod'as, didelis W-io gerb jas, yra iškaldin s šiuos Izajo pranašo žodžius:

Et erit sepulchrum eius gloriosum. Isaiae  
XI.10. Ch. Gounod.

## II.

Apsipažin su W-io gyvenimu, eikim n n prie jo matematišk veikal . Kaip esu min j s, matematika nebuvo jam tikslas, tik priemon aukštesniems tikslams pasiekti. Šiuos pastaruosius jam buvo nurodžius filosofija. Déliai to jis ir matematikon yra j s filosofijos keliu.

Filosofiškai ži r damas fizišk j pasaul , jis vis pirma skyr jame form bei jo buvimo b d (la manière d'être de la nature) ir jo t u r i n bei e s m (son contenue on son essence même). Pasaulio turiniu užsiima fizika, jojo forma — m a t e m a t i k a .

Pasaulio form sudaro l a i k a s , apim s bendrai visas fiziškas realybes, ir e r d v , apimanti vien išorinius daiktus. Tuo b du bendriausia prasme matematika galima pavadinti l a i k o ir e r d v s d s n i mokslu (science des lois du temps et de l'espace).

Bet kadangi lygindami bei matuodami laik ir erdv priename dydžio bei kiekio (quantité) s vokas, tatai griežtesne prasme matematik galime pavadinti kiek i m o k s l u (science des quantités).

Pritaikintas laikui kiekis abstrakcijos keliu veda s k a i i a u s s vok ; pritaikintas erdvei — gamina t y s o s (étendue) s vok . Tuo remdamasis W-is prieina fundamentalin matematikos paskirstym — e r d v s moksl bei g e o m e t r i j ir s k a i i m o k s l , kur jis pavadino a l g o r i t m i j a . Šiai pastarajai jis yra paaukoj s daugiausia savo j g ir laiko.

Algoritmijos turinin jis priskait vairius matematikos veiksmus (k. š. d stym , imstym , dauginim , dalym ir k.) ir tam tikrus matematiškus padarinius, (k. š. logaritmus, nesi- baigiamus padaugus, netr kstamas trupmenas, eilutes ir k. p.) Šiuos pastaruosius jis trumpai vadina a l g o r i t m a i s .

Kiekvienam algoritme jis skirdavo jo prigimt (nature) ir jo skaitmenin dyd bei išmatavim (measure). Šis pastarasis

tepraeinamas vien tam tikru to algoritmo išrut lojimu. Fav. iš formulos

$$(1) \lg(x \cdot y \cdot z \dots) = \lg x + \lg y + \lg z + \dots$$

gaunam pažinti vien to algoritmo prigimt. Atskiro  $\lg r$  dydis iš (1) yra mums neprieinamas. Kas kita jei paimsim formul :

$$(2) \lg x = x - 1 - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \dots \pm \frac{1}{n}(x-1)^n \pm \dots$$

Dav  $x$ -ui tam tikr reikšm , iš antros dalies (2) form, galim susekti ir  $x$ -o logaritmui atsakom dyd .

Giliau galvodamas apie š dalyk , W-is pasteb jo, kad kiti yra algoritm prigimties d sniai ir kiti algoritm išr tulojimo bei apskaitymo d sniai. Déliai to jis vis algoritmijos moksl ir suskirst dvi dali: algoritm prigimties moksl , kur jis pavadino algoritmišk ja teorija, ir algoritm išr tulojimo bei apskaitymo moksl , kur jis pavadino algoritmišk ja technija.

Pirmuoju savo matematikos tyrimo tikslu W-is laik uždavim pagaminti visos algoritmijos, o ypa technijos, filosofij . Tai jis ir vykd išleisdamas savo „Introduction à la philosophie des Mathématiques et Technie de l'Algorithmie“ 1811 ir „Philosophie de la Technie algorithmique“. Pastarasis veikalas tur jo dvi dali: pirmoji iš jo 1815; o antroji 1816—1817.

Teisingu Montferriero pasakymu, tuose veikaluose išd ta pirmutin tikra ir giliai siekianti matematikos filosofija. Jei mes j sulyginsime su šiandien mis matematikos filosofijomis, pav. Bertrand o Russel'io „Einführung in die mathematische Philosophie“, 1923 ar H. Weyl'io „Philosophie der Mathematik“, 1926, tai nusteb išvysime, kad šie nauji matematikos filosofai tiesiog neturi aiškaus supratimo apie tai, kas po teisybei sudaro tikr matematikos filosofijos objekt . Nes pav. Russelis t objekt identifikuoja su matematiškos logikos pagrindais (die Anfangsgründe der mathematischen Logik“), o Weyl'is — su Kai kuriais svarbiais iš matematikos darbo savaiame aikšt n iš jusiais filosofiškais rezultatais bei žvilgsniais (einige wichtige philosophische Resultate



und Gesichtspunkte, welche sich hauptsächlich aus der Arbeit der Mathematik... selbst ergeben haben).

W-is eina visai kitokiu keliu. Jis vis pirma duoda filosofisk pagrindini matematišk s vok pamatavim bei dedukcij , toliau nustato organišk matematikos architektonik , suveddamas vis matematikos turin tam tikr sistem , kurioje kiekvienas matematiškas veiksmas ir kiekvienas algoritmas randa sau atitinkam nat ralin viet , ir pagalios užbaigia giliausiu ir plaiausiu algoritmiškos technijos pagrindimu, nurodydamas aukšiausius jos d snius ir bendriausias metodus. Šiuose savo tyrimuose W-is tarp kitko yra prijs ir savo aukšiaus algoritmiškos technijos d sn (loisuprême):

$$(3) \quad Fx = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$$

kur  $Fx$  veikia bet koki  $x$ 'o funkcij ,  $0, 1, 2, \dots$  yra pagalbinis  $x$ 'o funkcijos, tam tikru d sniu tarpusavy surištos arba ir nesurیشtos, o  $A_0, A_1, A_2, \dots$  yra reiškiniai nuo  $x$  nepareinantieji.

Šis W-io aukšiausias d snis duoda galimumo kiekvien išvestines turini funkcij išr tuloti eilute ir tuo kiekvienai  $x$ 'o vertei surasti tos funkcijos dyd .

W-is gerai suprato šio savo aukšiausio d snio didel svarb ir teisingai j brangino. Taigi ir nenuostabu, jog prieš paskelbdamas savo veikalus, liecianius matematikos filosofij panor jo savo aukšiausiam d sniui gauti Paryžiaus Moksl Akademijos pripažinim . Tam tikslui trumpai j išd j s ir nurod s, kad iš jo galima gauti netik visos anais laikais žinomos funkcijoms r tuloti eilutes (k. š. Tayloro, Maclaurino, Burmano, Paolio, Krampo, Arbogasto...), bet ir daugyb kit ikšiol nežinom , W-is 1810 m. pasiunt t savo memuar Paryžiaus moksl Akademijai.

Ši W-io memuar teik dviem geriausiems an laik matematikam Lagrange'ui ir Lacroix vertinti ir apie j jai referuoti. Referentai buvo labai nustebinti neapsakomu W-io d snio bendrumu, bet nespr sdami jo iš esm s, pasitenkino vien patarimu, kad W-is savo naujas id jas labiau išpl st ir, pritaikinis jas kuriam konkre iam fizikos klausimui, ro-

dyt jo mokslisk vaisingum . Galop pareisk , kad W-io memuaro vertinimas es s nelengvas uzdaviny s.

Toku savo darbo atestavimu W-is liko nepatenkintas. Jis pasiunt Akademijos sekretoriui savo pastab . Bet kai jas gavo oficialin lygiai sau nepalank atsakym , jis tiesiog uzsigavo ir nuo to laiko m negerbti netik savo referent , bet ir apskritai vis oficialini mokslo atstov , vadindamas juos su pašaipa „ces. messieurs de l'Académie“, ir laikydamas — matematikos filosofijoj, o per tai ir pa ioj matematikoj visiškais nemokšais.

Š savo patentuot mokslinink nebranginim W-is m reikšti ne vien žodžiais, bet ir savo giliomis j matematišku veikal kritikomis. Iš ia 1812 m. atsiranda jo „Lagrange'o analitišk funkcij teorijos sumušimas“ (Réfutation de la théorie des fonctions analytiques de Lagrange); 1814 m. išeina jo „kontr-pastabos“ prieš nevykusias Cournot'o pastabas apie diferencialinio skai iavimo metafizik (Philosophie del'Infini contenant des conlreréflexions et des réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal); 1818—„Laplace'o ženeratrasi funkcij teorijos kritika“ (Critique de la théorie des fonctions génératrices de Laplace). Šiuose savo veikaluose W-is nurodo netik min t j mokslinink matematiškus netobulumus bei negriežtumus, bet ir nevien svarbesn j padaryt klaid , neužmiršdamas prie šios progos prikišti jiems j nemoksliskum . Panaši pasišaipym netr ksta ir v lesniuose W-io raštuose. Skaitant tai, tiesiog daros nemalonu.

Susidarius šitokiems santykiams su Paryžiaus matematikais, W-is nuo 1810 m. visai juos neatsižvelgia ir eina savais keliais. Nor damas pirštu prikišamai parodyti savo nauj metod galingum , jis savo tyrimui renkas pa ias sunkiausias matematikos problemas ir jas išsprend s, triumfuodamas nurodo oficialinio mokslo bej giškum .

Savo darb pradeda jis nuo m-jo laipsnio lygini (lyg i ) tipo:

$$(4) 0 = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + \dots + A_mx^m$$

išsprendimo. Savo pirmutin tuo klausimu veikal (Résolution générale des équations de tous les degrés) jis išleidžia

1812 m. ir dedikuoja Lenkijai. Ta iau paties lygini iš sprendimo ia n ra, o yra tik trumpai nurodyta W-io fundamentalin metoda, vedanti t išsprendim , ir patiekta bendri mšakn reiškiniai, kurie galima sutraukti vien formul 1)

$$(4)' x_m = q_m \sqrt[m]{\xi_1} + q_m^2 \sqrt[m]{\xi_2} + q_m^3 \sqrt[m]{\xi_3} + \dots + q_m^{m-1} \sqrt[m]{\xi_{m-1}},$$

kame  $q_1, q_2, \dots, q_{m-1}$  yra konstitutyvios lyginio (4) šakn dalys, o  $q_m$  m-ji vieneto šaknis, nustatytoji formula:

$$q_\mu = \cos\left(\frac{\mu}{m} \cdot \pi\right) + \sin\left(\frac{\mu}{m} \cdot \pi\right) \sqrt{-1}.$$

Duodant reiškinuose  $x_m$  ir  $Q_m$  skai iui m reikšmes 1, 2 3... m, lengvai gaunama iš (4) m šaknims m vairi reikšmi .

Portugal matematikas Torriani 1818 m. yra paskelb s memuar , kuriame tar si rod s W-io (4)' formulos klaidingum . V liau 1826 garsusis Abelis yr paskelb s savo rodym , kad aukštesn s, kaip 4-jo laipsnio lygtys, algebriskai yra neišsprendžiamos 2), iš ko taipgi tekt manyti, kad ir W-io (4)' formula negali b ti tikra. Ta iau v lesniame savo veikale „Reforme du savoir humain“ 3) W-is netiktai yra dav s savo (4)'form. matematišk j dedukcij , bet ir jos pasigaudamas išsprend s 5-jo laipsnio angl matematik jam pakišt lygin :

$$(5) x^5 - x^3 + x^2 - 32 = 0,$$

apskaitydamas visas penkias jo šaknis. Be to jis yr rod s (4)' form. pritaikomyb 2-jo, 3-jo, 4-jo ir aukštesni laipsni lygini išsprendimui, pažym damas tiktai, kad konstitutyvios šakn dalys  $q_1, q_2, q_3, \dots$  užbaigto j formoj teesti vien lyginiuose neaukštesnio laipsnio už 3-j ; pradedant gi nuo 4-jo laipsnio lygini , tos konstitutyvios šakn dalys te gaunamos vien iš tam tikr nesibaigia m eilu i , kurias W-io nurodytu d sniu sudaro lyginio koeficientai.

1) Ties sakant, ši formula yra ne W-io naujai išrasta, bet paimta iš Bezout'o ir Eulerio rašt , kaip apie tai pats W-is liudija, l'lg. taipgi L. Euler. Drei Abhandlungen über die Auflosung der Gleichungen. Oswald's Klasiker. 1928. \ V-io tik duota matematiškoji tos formules dedukcija.

2) N. H. Abel. Oeuvres 1.1, 28 et seq.

3) Wronski Reforme du savoir humain t. II, LXVI — LXVIII, CXLIX, CLV - CLVIII p.

Iš ia matom, jog Torriano ir Abelio rodymai, kad 5-jo ir aukštesni laipsni lyginiai algebriskai yra neišsprendžiami, yra teisingi ne absoliu iai, bet tik ta prasme, kad šakn konstitutyvios dalys 4-jo ir aukštesni laipsni lyginuose užbaigto formoj n ra galimos. Pasakius absoliu iai, kad aukštesni kaip 4-jo laipsnio lygini išsprendimas es s negalimas, b t netiesa, nes W-is, išd damas savo fundamentalin metod , yra nurod s lygini koeficient nesibaigiamas eilutes, iš kuri visuomet galime apytikriai apskaityti konstitutyvias šakn dalis ir traukiant iš j m-j šakn , gauti kiekvienai lyginio šakniai atsakant apytikr dyd . Tiesa, tose eilut se šalia konvergencijos gali pasilaikyt ir divergencijos ir tuomet galutini apskaitymo rezultatai gali išeit netikri. W-is tai pramat ir nurod kelius, kaip tos negeistinos divergencijos išvengt<sup>1)</sup>. Tad (4)' W-io formula tenka laikyti tikra. Be to W-is yra išrad s ir kit — t e l e o l o g i š k j m e t o d , vedan i m laipsnio lyginio suskaidym m daugikliais, to d l ir išsprendim m-jo laipsnio lyginio. Kad ši antroji metoda aukštesni laipsni lygini sprendime duoda tikr rezultat , rod tai vair s matematikai, k. š. W-io mokinys Bukaty<sup>2)</sup>, Montferrieras<sup>3)</sup>, Krauze<sup>4)</sup>, Dickstein<sup>5)</sup> ir k.

Ši antroji W-io metod yra pagr sta naujomis W-io išrastomis simetriškomis funkcijomis a l e f , taip pavadintomis d l to, kad W-is yra jas žym j s hebraiška raide a l e p h. Joms apskaityti užtenka keturi pirm j aritmetikos veiksm . D - liai to W-is ir laik ši savo metod tikslingiausia ir vis lengviausia.

Surad s keli aukštesni laipsni lyginiams spr sti, W-is imasi kitos nemažiau sunkios problemos — m-jo laipsnio kongruencij išsprendimo. Pasigaudamas t pat funkcij a l e p h , jis netiktai teoretiškai j išsprendžia, bet ir konkre-

1) Wronski Op. c. t. II, CL et seq.

2) Wronski Op. c. t. II, 150—15 ; p.

3) Montferrier Encyclopédie math. t. III, 441 —443 p.

4) Krauze Metoda teleologiczna H. Wronskiego. Wiad. matem. t III, 110- 125 str.

5) Dickstein Uwagi o metodzie teleologicznej. Wiad. mat. 12'i—129 str.

iais skaitmeniškais kongruencij pavyzdžiais savo išspren-  
dimo tikrum patvirtina<sup>1)</sup>, tuo papildydamas ir prapl sdamas  
garsaus toj srity Gausso tyrimus.

Kadangi iki XIX a. neapibr žti lyginiai temok ta spr sti  
vien tik 1-jo ir 2-jo laipsnio, tatai W-is patiekia metod bet  
kurio laipsnio ir su bet koku nežinom j skai ium neapi-  
br žtiems lyginiams išspr sti <sup>2)</sup>. Tarp kitko jis išsprendžia  
lygin :

$$(6) z^n - N y^n = M x^n$$

iš ia išveda negalimum Fermato lyginio:

$$(7) x^n + y^n = z^n$$

prie  $x, y, z$  sveik skai i ir  $n > 2$ .

W-io laikais, kaip ir šiandien , diferencialiniams lyginiams  
integruoti vartota vairiausios metodos. B damas tuo  
nepatenkintas, W-is išranda bendras metodus bet ku-  
riems diferencialiniams lyginiams integruoti. Daugelis mate-  
matik dar ir šiandien laikosi tos nuomon s, kad tokios  
bendros integravimo metodos n ra galimos, o jei ir b t te-  
oretiškai galimos, tai tur t b ti taip painios, kad praktikoje  
b t visai nepritaikomos.

Nor damas tuo sitikinti, pranc z matematikas E. West'as  
pritaik W-io bendr sias integravimo metodus konkre iams  
klausimams ir be didelio vargo gavo visai ger rezultat , k  
ir pažym jo savo 1886 m. išleistame veikale „Exposé des  
methodes générales en Mathématiques d'après H. Wronski“.  
Apie šias bendras W-io metodus E. Westas rašo: „Le lecteur  
qui aura intérêt a approfondir ces procédés nouveaux se con-  
vaincra qu'ils n'offrent rien d'illusoire et u'ils peuvent en-  
trer immédiatement et facilement dans la pratique“. Op. c.  
VII p.).

Savo veikale „Introducton a la philosophie des Mathema-  
tiques“ W-is, d stydamas savo neapsakomai domi logarit-  
m teorij , tarp kitko yra pri j s formul <sup>3)</sup>:

$$(8) \pi = \frac{2\infty}{\sqrt{-1}} \left[ (1 + \sqrt{-1})^{\frac{1}{\infty}} - (-\sqrt{-1})^{\frac{1}{\infty}} \right]$$

<sup>1)</sup> Cfr. reforme du s. h. t. I, 76 p. et seq.

<sup>2)</sup> Cfr. Op. c. t. I. 214—216 et alibi passim.

<sup>3)</sup> Op. c. p. 26

kuri jis laik galutinu ratilo kvadrat ros išsprendimu. Ir iš tigr j , jei jau k biškos šaknies geometriškas nubr žimas skriestuvu ir tiesikle yra negalimas, tai apie nubr žim (8) formulon einan i begalenybišk radikal n r kas nei kalb ti. Savo senoviškoj išvaizdoj form. (8) atrodo keistoka, bet josios teisingumas lengva patikrinti, išr tulojus kab se stovin ius reiškinius Newtono binomo d sniu. Tai padarius, ženklai ir  $-1$  išnyksta ir dešinioji (8) form. pus virsta žinom ja Leibnico eilute:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

Savo (8) form. W-is labai brangino d l to, kad ji išreiškia užbaigtøj formoj ir vienais elementariais algoritmais.

Šalia logaritm teorijos W-is yra band s ir logaritm praktik bei vartojim sureformuoti. Tam tikslui paskirst s logaritmuolin skai i trimis dalimis, jis parod , kaip kiekvienos j logaritmas apskaitomas skyrium ir kaip iš dali logaritm galima gauti viso skai iaus logaritmas. Šituo keliu eidamas, W-is gavo galimumo vis skai i logaritm knygy sutraukti vien nedidel puslap l. Tiesa, skai iaus logaritmui iš tos W-io lentel s gauti reikia truput daugiau laiko, bet ji tuo gera, kad ji visur su savim lengva pasiimti ir padarostor logaritm knygy vartym nebereikaling .

Be to apskaitymams palengvinti W-is buvo išrad s vari prietais , k. š. aritmetišk j žied , pastov ir judam j aritmoskop , visuotin j kalkuliatori ir k.

Negalima nutyl ti ir to, kad jis mažybin skai iavim yra prapl t s, vesdamas nauj to skai iavimo r š. Šiam naujam skai iavime kintamasai dydis ir funkcija did ja, ne tam tikrus priedus  $x$  ir  $y$  gaudami, bet savo laipsn tam tikru priedu padidindami. Pav. iš

$$(9) y = (x')$$

tuo nauju keliu gaunama

$$(10) y^1 + y = (x^1 + x)$$

iš kur (10) reiškin dalant (9)-ju randama

$$y\sqrt{y} = \frac{\varphi(x^1 + \sqrt{x})}{\varphi(x)}$$

Jei laipsnio priedai  $\overline{x}$ ,  $\overline{y}$  yra begaliniai maži, tuomet žymint juos raide  $g$ , gaunama

$$(11) g_{\varphi(x)} = \frac{dL_{\varphi(x)}}{L_{\varphi(x)}}$$

Gautus dydžius  $x$ ,  $y$   $W$ -is vadina laipsniais (grades), o begaliniai mažus laipsni priedus  $gy$ ,  $gx$  laipsneliais (gradules)<sup>1)</sup>. Deja, mokslininkai maž tekreip d mesio t laipsneli skai iavim , nors jis duodas visokioms funkcijoms lygiai gerai pritaikomas, kaip ir paprastas diferencialinis skai iavimas.

Prapl t s yr  $W$ -is taipgi matematik ir nauj funkcij jon vedimu. Jo išrastos funkcijos aleph jau esam aukš iau min j , kalb dami apie aukštesni lygini išsprendim . Kitas  $W$ -io vestas funkcijas šin mokslas yr pagerb s duodamas joms wronskian vard . Yra tai tam tikr funkcij determinantas<sup>2)</sup>.

Nemažiau domios ir svarbios yra naujos funkcijos  $W$ -io pavadintos aukštesni laipsni sinais bei kosinais (sinus et cosinus des ordres supérieurs). Jos yra taip pat periodiškos kaip ir paprasti sinai bei kosinai, tuo tik skirtumu, kad paprasti sinai bei kosinai, per j savo ki-

1) Sk. Introduction à la philosophie des Mathématiques 48—61 p.

2) Lietuvos univ. profesorius d-ras O. Yol'kas wronskian esm ir svarb apibr žia šiais žodžiais:

„Die Wronski'sche Determinanto, ist diejenige Determinante, die aus den Funktionen  $Y_1(x)$ ,  $Y_2(x)$ ...  $Y_n(x)$  und ihren  $n-1$  Ableitungen gebildet ist:

$$W = \begin{vmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \\ Y_1' & Y_2' & \dots & Y_n' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_1^{(n-1)} & Y_2^{(n-1)} & \dots & Y_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

Ihre Bedeutung liegt darin, das ihr Verschwinden die notwendige und hinreichende Bedingung dafür darstellt, dass die  $n$  Funktionen  $Y_1$ ,  $Y_2$ , ...  $Y_n$  von einander linear abhängen, also eine Beziehung von der Form besleht:

$$a_1 Y_1 + a_2 Y_2 + \dots + a_n Y_n = 0,$$

wo  $a_1$ ,  $a_2$ ,... $a_n$  Konstante bedeuten. Von besonderem Werte ist ihre Anwendung in der Theorie der linearen Differentialgleichungen; das Nichtverschwinden von  $W$  ist die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass  $n$  partikuläre Lösungen ein Fundamentalsystem bilden und somit die allgemeine Lösung bestimmen“.

timo period , gr žta prie t pat dydži , o aukštesni laipsniai siniai ir kosinai su kiekvienu kitimo periodu gauna vis didesnius dydžius . W-is laik tas funkcijas ypatingai tinkamomis dangaus kūnų judėjimams matematiškai išreikšti. Savo veikaluose jis po keletą kartų prie t funkcijų gr žta, papildydamas jomis teoriją naujais daviniais<sup>1)</sup>.

Bet atskiros funkcijos buvo W-iui vien atskiri matematikos faktai. Jais jis domėjosi, bet žinodamas matematiką filosofiskai, jis užvis ieškojo aukštesnių ir bendresnių joms dėsnių . Jis yra suradęs tris. Pirmas tai jau aukštesnių dėsnių : aukštesnių dėsnių :

$$f(x) = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$$

apimantis visus dydžius darymosi (génération) būdus. W-is iš jo yra išvedęs vairiausias funkcijoms išsirutuoti eilutes, bei vis , anot jo žodžiais , matematiką .

Antras — tai universalinė problema. Jai W-is yra davęs šios išraiškės :

$$(12) 0 = f(x) + x f_1(x) + x^2 f_2(x) + x^3 f_3(x) + \dots$$

kur  $f(x)$ ,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  . . . reiškia bet kokias x'o funkcijas, o x yra dydžiai  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  . . . funkcija. Kadangi matematikos uždaviniai duodami suvedami tuos ar kitus lyginius, tatau W-is ir tvirtino, kad jo universalinė problema apima visus atskirus matematiškus uždavinius, išskyrus tik klausimus liečiančius skaičių teoriją . Šios užbaigimu jis laikė trejais dėsnių , išreikštis m laipsnio kongruencijos formoj:

$$(13) x^m \equiv a \pmod{M}$$

Iš aukštesnių patiektas faktas sveiki, tariuos, būsit jau gij bent apytikrų supratim apie milžiniškus W-io darbus, nuveiktus tyrosios matematikos srityje. Bet jais jo moksliskas veikimas toli gražu nėra išsibaigęs . Didis tyroje matematikoje, W-is nemažiau buvo didis ir pritaikomoje.

<sup>1)</sup> J. teorija geriausiai yra išdėstyta veikalė „Reforme du s. h.“ t. I III- CXII p.



### III.

Pritaikomiosios matematikos uždaviniu  $W$ -is laik išaiškinim šis trijų klausimų :

- 1) kaip pasaulis yra susidaręs iš dangaus kūnų ;
- 2) kaip dangaus kūnai yra susidarę iš materijos, ir
- 3) kaip materija yra susidariusi iš elementarių, primitivių jėgų ?

Prad kim tāt ir mes nuo pirmojo klausimo, t. y. nuo astronomišk  $W$ -io veikal .

Laplace'o bendralaikis  $W$ -is buvo vienatinis matematikas, kuris gerai suprato Laplace'o dangaus mechanikos netobulumus ir net klaidas. Tuo remdamasis  $W$ -is ir imasi jau nebe reformuoti sen jėgų, bet tiesiog kurti naują tobulą dangaus mechaniką . Jos pamatan jis deda savo à priori išvestį  $d s n$  :

$$(14) Gdx = - d .$$

Šis  $d s n$  jis išveda iš tarpusavio dangaus kūnų jungimosi (jonction) jėgos  $G$  ir jėgų skyrimosi (séparation) jėgos  $H$  veikimo. Tos jėgos lygios ir sau priešingos, taip kad  $G = -H$ . Pirmos veiksmo laiku  $dx$   $W$ -is išreiškia padaug  $Gdx$ , o antrosios padaugu  $d$  , kur  $d$  reiškia teleologinį ryšį bei greitį , o  $d$  — kūnų jungiančio vektoriaus  $r$  kampinį pasisukimą laiku  $dx'$ .

Iš to savo pamatinio dangaus mechanikos  $d s n$ io  $W$ -is išveda visus Keplerio ir Newtono  $d s n$ ius ir tuo remdamasis didžiuojas, dangaus mechaniką iš empiriškio mokslų padarė stikru racionaliniu , o pakeisdamas jame Laplace'o trikdančias jėgas (forces perturbatrices) savo trimis organiškomis jėgomis, astronomiją iš netvarkos mokslų (science de désordre) pavertė tvarkos mokslu .

Jis duoda nurodymą ir garsiai astronomijoje trijų kūnų problemai išspręsti<sup>2)</sup> ir formulę Urano judėjimams apskaičiuoti, prikaišiodamas Leverrierui, kad šis savo apskaitymams pasinaudojęs jo formulomis, nieko apie tai neprisimindamas<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Epître à S. M. l'Empereur de Russie, p. 30 et seq.

<sup>2)</sup> Réforme du s. h.; t. I, DLII et seq., form. (181).

<sup>3)</sup> Op. c. t. I, CLXXXIII — CXCVIII p.

Tikrai tenka steb tis W-io darbštumu šioje srity. Jo ranaš iuose yra užsilik penki stori tomai, skirti dangaus mechanikai. Ištraukos iš t veikal buvo dalimi paskelbtos spaudintuose W-io raštuose, k. š. Prolégomènes du Messianisme, Reforme du savoir humain t. I, Epître a S. M. l'Empereur de Russie ir k. Bet tos ištraukos toli gražu neduoda pilno supratimo apie W-io nuopelnus ir išradimus dangaus mechanikos moksle.

Šalia dangaus mechanikos W-iui r p jo ir paprastoji žemės mechanika, ypa hidrodinamika bei skysių teorija.

Bendroj skysių teorijoje iki W-io tebuvo žinomi tik du d sniu:

$$(15) 0 = Pdx + Qdy + Rdz$$

$$(16) 0 = P \left( \frac{dR}{dy} \right) + R \left( \frac{dQ}{dx} \right) + Q \left( \frac{dP}{dz} \right) - R \left( \frac{dP}{dy} \right) - Q \left( \frac{dQ}{dx} \right) - P \left( \frac{dQ}{dz} \right)$$

kame  $x, y, z$ —skysiaus punkto koordinatos, o  $P, Q, R$  tam tikri veikimai šio punkto koordinat kryptimi. Tuodu d sniu tinka skysiams tiek judėjimo, tiek rimties stovy.

Šalia ši dviej W-is išrado skysių pusiausvyros n u s t a t a n i u s t r i s naujus d snius, b tent:

$$(17) 0 = PZ - RX$$

$$(18) 0 = QZ - RY$$

$$(19) 0 = PY - QX$$

kame

$$X = P \left( \frac{dP}{dx} \right) + Q \left( \frac{dP}{dy} \right) + R \left( \frac{dP}{dz} \right)$$

$$Y = P \left( \frac{dQ}{dx} \right) + Q \left( \frac{dQ}{dy} \right) + R \left( \frac{dQ}{dz} \right)$$

$$Z = P \left( \frac{dR}{dx} \right) + Q \left( \frac{dR}{dy} \right) + R \left( \frac{dR}{dz} \right)$$

ir du skysių pastovum tvarkan iu d sniu:

$$(20) 0 = P^3 \left( \frac{dU}{dA} \right) + Q^3 \left( \frac{dV}{dA} \right) + R^3 \left( \frac{dW}{dA} \right)$$

$$(21) 0 = P^3 \left( \frac{dU}{dB} \right) + Q^3 \left( \frac{dV}{dB} \right) + R^3 \left( \frac{dW}{dB} \right)$$

kame A ir B yra konstantos, gautos integruojant punkto trajektorijos lyginius

$$0 = Qdx - Pdy$$

$$0 = Rdx - Pdz$$

o  $U$ ,  $V$  ir  $W$  yra nustatytos lyginiais:

$$U = \left(\frac{S}{P}\right)_x, \quad V = \left(\frac{S}{Q}\right)_y, \quad W = \left(\frac{S}{R}\right)_z$$

kur  $S = (P^2 + Q^2 + R^2)$

ir reiškia pastov bei kintam skysio tūrį.

Remdamasis šiais savo naujais duomenimis W-is nurodė, kad visos trys iktol buvusios Newtono, Huygenso ir Clairaut'o žemės elipsoido teorijos yra klaidingos, nes prieštaraujančios skysio pusiausvyros duomenims. Jis vieton jis stato savo žemės elipsoido teoriją, duodančią jam galimumo nustatyti bet kuriame žemės vidurio punkte jos masę tūrį<sup>1)</sup>.

Su geofiziškais W-io tyrimais glaudžiai rišas jo labai smulkmeningai išdirbtas ir, rodos, galutinai užbaigtas jo antplūdis ir atoslūgių teorija, išdėstyta veikaluose: „Véritable science nautique des marées. Paris, Amyot, 1853“, „Application nautique de la nouvelle théorie des marées. Paris, Gauthiers Villars, 1886“ ir kitur. W-is šia yra nurodęs vien Laplace'o klaidų šiuo klausimu.

Kadangi garas yra tam tikras skysis padaras, tatau šalia tyrimo skysis duomenis W-is nemaž yra pasidarbas ir garo teorijai. Mat, jis gyveno pačio garo mašinų plėtros ir gelžkelių Prancūzijoje tiesimo pradžioje. Suprantamas dalykas, jog tiek pirmosios garo mašinos, tiek gelžkelių ir lokomotyvų konstrukcija, būdamos labai netobulos, negalėjo W-io patenkinti. Jis visa tai tiesiog vadino barbaryste ir savo papročių ryžosi tų dalykų saviškai sureformuoti. Tam tikslui 1834—1835 m. išleidžia platok veikalą „Nouveaux systèmes de Machines à vapeur fondés sur la découverte des vrais lois des forces mécaniques“, kur jis duoda naujus garo ir apskritai duomenis, nurodo jų pritaikymą lokomotyvų ir šiaip jau garinių vežimų judėjimui, nustato maksi-

<sup>1)</sup> Sk. Prolégomènes du Mess. form. LXXI ir LXXII.

malin j greit (462,4 metr sekund gelžkeliuose ir 101,7 metr sekund paprastuose vieškeliuose), kalba pagalios ir apie galimum pritaikinti tuos garo d snius ir beplaukiojan-tiems j roj laivams.

Nesitenkindamas teorija, W-is imas ir pats konstruoti vairi nauj garo mašin modelius, išradin ja vairiausias rat sistemas (roue vive, roue accompie, roue dynamogène, roue a rails mobiles...) Iš j ypa dom s ratai judo-mais reissais. Matydamas, kiek pinig tenka sukišti bet kur ilgesn gelžkel, W-is buvo suman s t keblum paša-linti tokia garvežimi konstrukcija, kad jie d l važiavimo važiuot geležiniais reissais, tik ne pastoviai kely pad tais bet sujungtais su besisukan iais ratais, taip kad garvežimis vien savo reis pravažiav s automatiškai pasid t kit , t pravažiav s pasitiest pirm j ir t. t. Šiaja savo rat judo-mais keliais sistema W-is nor jo visus Pranc zijos vieške-lius paversti gelžkeliais<sup>1)</sup>.

Antras jo išradimas — tai originalis garo generatorius bei p n e u m a t o g e n a s. Milžiniški ir gramozdiški lokomotyv pe iai garui gaminti W-iui negal jo patikti. Svarbiausi j netobulumu W-is laik tai, kad jie garui gaminti vartoja vien pašalin šilim . W-is rod , kad sunaudojant vidujin garo šilim galima generatoriaus talpumas sumažinti iki mi-nimumui ir tuo padaryti jis lengvai pritaikomas paprasties vežimams. Tuo savo išradimu W-is yr pad j s pamat lais-vam važin jimui paprastais vieškeliiais ir to d l jis galima pavadinti šiandieninio automobilizmo pranok ju. Tik, deja, jo išradimai liko tinkamai ne vertinti. Pranc zijos valdžia, kuriai W-is si l savo gelžkeli reformos projektus, lauk k pasakys apie tai Paryžiaus akademikai, o kadangi šie W-iui buvo nepalank s d l jo aštri kritik j matematišk veikal , tatai jie savo nuomon s apie W-io išradimus lokomo-cijos srity neskub jo reikšti, o jei kur ir reišk , tai neigiama prasme. Tuo b du W-io si lomos valdžiai gelžkeli refor-mos liko nepriimtos.

<sup>1)</sup> Kadangi šiandieni tank konstrukcija remias rat judomais reissais principo pritaikymu, tatai W-skis galima laikyti ir tank iniciatorium. Sk. apie tai prof. P. C h o m i c z o broši r l : „Hoene Wronski jako wojskowy. Warszawa, 1928, 12 psl.

Aukščiau mes pavadinom W- šiandienio automobilizmo pranok ju. N kiek neperd sime ir pavadin j šiandien s aviacijos iniciatorium. Nes tame pat savo veikale „Nouveaux syst mes de machines a vapeur“ jis sakosi tur s savo išrast ir apipatentuot valdomo aerostato model . Kalb damas apie tai, W-is pažymi, kad jo laikais valdomojo aerostato klausimas laikyta neišsprendžiamu. W-is matematiškai sugriauja t nuomon , rodydamas, kad valdomas skraidymas ore yra taip pat galimai, kaip ir valdomas plaukiojimas vandeny. Jis patiekia net valdomojo aerostato ribiniam grei iui formul :

$$(22) v = 2g \sqrt[3]{3(\sqrt{2} - 1) \frac{P}{g}},$$

kur  $\rho$  yra aerostato skersinis, o  $g$  žem s traukimo konstanta.

Iš tos formulos (22) jis randa, jog apskritai aerostato greitis yra proporcingaliniis kubinei šakniai iš aerostato skersinio ir kad maksimalinis tokio aerostato greitis bus 203 metrai sekund <sup>1)</sup>, bei 730,8 kil. valand .

Toliau tam pa iam veikale susiduriam su dar nuostabesniais dalykais: W-is kalba apie aerostatus metaliniais paviršiais, varomus garo j ga. Iš metal jis renkas gelež bei var . Jo apskaitymu metalin s skardos vieno milimetro storio tam tikslui visai užtekt . Toks metalinis 40 metr skersiniu aerostatas, pripildytas vandenilio gal t pakelti 4000 kilogram .

Iš ši apskaitym sveiki matot, kad visas cepelin klausimas jau 1835 m. W-io buvo beveik visai išspr stas. Šiandien technika teprid jo prie j vien tik naujoviškus, patobulintus motorus.

Laisv susisiekim žeme, vandeniui ir oru W-is teisingai laik neapsakomos svarbos dalyku. Jis vadino j vienu žodžiu lokomocija . Tos lokomocijos d sniams nustatyti, jos netobulumams pašalinti, jos reformai vykinti W-is yra paraš s net 37 didesnius bei trumpesnius mokslo veikalus.

<sup>1)</sup> Op. c. 24- - 25 p.

Kadangi šoviniai sudaro irgi tam tikrą judanį kūrį, tatau W-is nemaž yra pasidaravę ir balistikos srityje, kaip tai liudija jo užsilik rankrašiuose veikalai, k. š. „Nouvelle Ballistique ou théorie générale des projectiles“, „Calculs pour l'action de la poudre à canon“ ir k.

Kaip žinom, iš savotiškų judėjimų susideda ir muzikos fenomenai. Savo esme jie priklauso akustikai. Besidarbuodamas joje, jis netik filosofiskai yra nušvietęs balsų ir tonų esmę, bet ir muzikal gamta buvo padaręs savo matematišką tyrinėjimą objektu. Pažymėtina, kad jo surastas estetiškoto nališkų modulis

$$(23) \left(\frac{1}{2}\right)^{\wedge\left(\frac{m}{n}\right)} = \frac{m}{n},$$

kur  $m$  ir  $n$  reiškia dviejų tonų virpėjimo skaičius, o  $A$  logaritmas, kurio pamatu yra skaičius  $2$ <sup>1)</sup>.

Nesvetimas buvo jam ir kitos fizikos šakos, kaip tai matyti iš jo rankraščių apie jo išrastus naujus areometrus, patermometrus, teleometrus, mikrometrus, pirometrus ir kitokius fizikos prietaisus. Rengęs jis išleisti dar ir atskirus fizikos filosofijos, bet, deja, nesuskubo jos užbaigti.

Neturėdamas pas W- matematikos pritaikymų net ir tokiom, išpažįdamas, nuo matematikos nutolusioms sritims, kaip socialinė ekonomija. Išreiškęs matematiškais simboliškais gaminančias ir reproduktyvias ekonomines sąlygas, ekonomišką produktumą, ekonomišką priauglį ir kitas ekonomišką sąvokas, W-is yra gavęs išties eilę matematiškų formulių pamatiniam socialinės ekonomijos dėsniams nustatyti, iš kurių jis yra ištraukęs labai domią išvadą apie šalies turto augimą bei mažėjimą, apie jos dalinimosi sistemas, apie iš to dalinimosi plaukiančias socialines sąlygas ir t.t.<sup>2)</sup>.

Pagalios W-is yra pritaikęs matematiką net ir politiškoje partijų kovoms apibrėžti. Jis iš savo gautų matematiškų formulių yra parodęs, kaip tos kovos prieš vieną lyg gali nvesti šalį anarchiją, prieš kitą — despotizmą<sup>3)</sup>. W-io iš-

<sup>1)</sup> Henry Ch. Wronski et l'Esthétique musicale. Paris. Hermann, 1887. p.

<sup>2)</sup> Sk. Adresse aut nations civilisées. Paris, 1P47, p. 19—58.

<sup>3)</sup> Sk. Epite secrete a S. A. le prince Louis Napoleon" Metz.. 1851, p. 59.

manymu, n ra tokio mokslo, kuris nesiduot sumatematizuojamas. Ir juo kuriam moksle matematikos daugiau, juo jis, W-io išmanymu, yr pasiek s aukštesnio laipsnio ir tobulumo<sup>1)</sup>.

Taip ži r damas matematik ir aukštai brangindamas jos pritaikym universalum , W-is ir pats buvo matematikas universalistas. Nebuvo tos matematikos šakos, kurioj jis neb t dirb s ir net žymi išradim joje nepadar s. Bet kadangi tiriamojo dalyko kiaurai nepažinus, išradimai daryti negalima, tatau, tuo remiantis, yra pagrindo manyti, W- žinojus vis an laik matematik .

Tur damas gi j vis savo galvoje, jis buvo suman s parašyti ir filosofiškj matematikos istorij , bet, deja, to sumanymo nesuskubo vykinti. Paliko tik nemaža medžiagos tam darbui savo istoriškame manifeste <sup>2)</sup> ir angliškai parašytame „vade matematikos d stym “. Šiame pastarame jis vis matematikos istorij skirsto penkiaais laikotarpiais.

Pirmame (kur daugiausia pasireiškia Rytai ir Egiptas) matematikos tiesos tirta konkrečiai, nes pa i t ties abstrakčiai suprasti ne stengta. Jos jungta su tam tikrais gamtos bei žmogaus padarais. Pav. žinota, kad, išmatavus trikampio kampus ir matavimo rezultatus sud jus kr von, visuomet gaunama du sta iuoju kampu. Bet d l ko taip yra ir net turi b ti, to nežinota.

Antrame (Graikijoj) susekta daug gili abstrak i matematišk ties , bet jos dar tebuvo atskiri mokslo faktai ir netur jo bendr d sni reikšm s. Pav. k gio pi vi (ratilo, elips s, parabol s, hiperbol s) ypatybes ži r ta, kaip atskiras nuo kita kitos nepriklausomas tiesas, bet tos ypatyb s neapimta vienu bendra d sniu.

Tre iame (Vakar Europoj) matematika Cardano, Dekarto, Fermato, Keplerio veikaluose yra jau pasiekus aukšt bendr d sni , ištobulindama algebros moksl . Bet gautieji šiame

<sup>1)</sup> Sk. Wst p do wykładu matematyki przez H. Wronskiego. Wydawca L. Niedzwiecki. Paryż, 1886, p. 1 et seq.

<sup>2)</sup> Sk. Reforme du s. h. .II t. „Manifeste historique concernant cette reforme du savoir humain, p. I—CCXX.III.

laikotarpy matematiški rezultatai, kad ir labai bendri, visgi tam tikru atžvilgiu tur jo sav individualumo žymi. Pav. buvo rasta 3-jo ir 4-jo laipsnio lygini šaknims bendri reiškiniai, bet netur ta jokio supratimo apie universalin t šakn darymosi d sn ir net apie tai, k mes šiandien vadinam išr tulojimu eilut mis.

Ketvirtame (naujosios matematikos) laikotarpy tas universalinis dydži darymosi d snis apsireišk pagalios Newtono ir Leibnico sukurtame diferencialiniame skai iavime. ia tai matematikai, tap mažybini kiekio element viešpa iai, gal jo jau žengti nauding savo mokslo pritaikym vairiausiems gamtos apsireiškimams tirti. Nesuskaitomi to pritaikymo rezultatai, ypa dangaus mechanikoj, nustebino pasaul. Bet neži rint t pritaikym vaisingumo, vienatinisgalingas tos naujos matematikos rankis — eilu i vartojimas, nustatytas Tayloro teorema, ilg laik lieka vienintelis. Ir tik v liau Wallis, vesdamas savo nesibaigiamus padaugus, Euleras savo netr kstamas trupmenas, Lagrange'as savo ne visai vykusias analitiškas funkcijas, pastumia matematik pirmyn, labiau jos ribas prapl sdami.

Ta iau, kad ir pri jus tuo keliu aukšto tobulumo ir bendr kiekio darymosi d sni , matematika vis dar tebelieka s lyginumo (reliatyvumo) stadijoj. Tai parodo kad ir pati aukš iau pamin toji kiekio darymosi priemoni daugyb. Dar didesn yra matematišk , iš vienos kit išvesti nesidudan i teorem daugyb. Visa tai, W-io išmanymu, parodo, kad matematikai dar tr ksta absoliu i princip. Juos jai pagaminti W-is ir laik savo uždaviniu.

Nuo t absoliu i matematikos princip paskelbimo ir yra prasid j s penktasis ir paskutinytis matematikos istorijos laikotarpis.

Tuo b du pereidama iš pirmojo laikotarpio antrajin, matematika yra pasist mus nuo konkretumo abstraktum ; pereidama iš antrojo tre iajin, ji yra pašokus nuo atskirumo bendrum ; pereidama iš tre iojo ketvirtajin, ji yra pakilus nuo individualumo universalum ir pagalios kad ji gal t pereiti iš ketvirtojo pentajin, ji turi pakilti nuo s lyginumo bei reliatyvumo absoliutum .



#### IV.

Absoliutas, absoliutumas, kaip žinom, buvo W-io idealas. Šiaip jau tiesa jo nepatenkindavo: jis visur ieškojo galutinos, absoliu ios tiesos, išvestos iš absoliu i princip . Tas absoliutumo siekimas buvo W-io ir stiprioji ir drauge silpnoji pus . Laikydamasis savo absoliutu pagr sto k rimo d snio (loi de cr ation), jis matematikoj lengvai yr pri j s daugyb nauj svarbi ties , kuri šiaipjau matematikas arba visai neb t surad s, arba tepri j s jas vos po ilg studij ir tempto galvojimo. W-is, remdamasis tuo k rimo d sniu, netik be vargo yr sutvark s vis algoritmij ir abi jos dali teorij ir technij , bet ir geometrij ir mechanik ir astronomij ir fizik ir filosofij ir teologij ir apskritai visas žymiausias pasaulio realybes<sup>1)</sup>.

Bet iš kitos šalies tas absoliutumo siekimas yra nuved s kartais W- perdr sius apibendrinimus, kurie, tikrumo s - lyg griežtai nenustatius, v lesni matematik tarpe yra suk l rimt abejojim . Pavyzdžiu ia gali b ti, kad ir W-io universalin problema, aukš iau nurodytas pamatinis astronomijos d snis (14) ir kai kurie kiti dalykai. Suradus naujesniais laikais funkcij , neturin i išvestini , kilo rimto abejojimo, ar bepritaikomas toms funkcijoms net aukš iausis W-io d snis. Žinoma, atmesti tuos d snius a priori neb t moksliška. J klaidingumui nustatyti reikt rodyti, kad tam tikrais konkreiais atvejais jie veda klaidingus rezultatus. Bet jau pats faktas, kad tokie abejojim naujesni matematik tarpe yra kil , yra labai reikšmingas. Net ir didžiausiam W-io gerb jui šiandien jau nevalia jo matematišk teigim imti be kritikos. Pats kritikav s žymiausi matematik raštus, W-is savo pavyzdžiu ragina ir savo rašt skaitytojus imtis griežtos moksliškos j kritikos. Jei ta kritika ir konstatuot pas W- t ar kit klaid buvim , ji betgi negali paneigti milžinišk W-io nuopeln matematikos mokslui. Klaid yra dar ir Euleris ir Laplace'as ir kiti. Nebuvo neklaidingas ir

<sup>1)</sup> Sk. jo: Apodictique messianique fondant péremptoirement la vérité sur la terre ou développement génétique de toutes réalités par la loi de création. Paris, 1876, 384 p. in-4.

W-is. Kai kurias savo klaidas jis pats yra nurodęs. Bet iš kitos šalies teisybė verčia jus pasakyti, kad vargiai bus rasis pasaulis kitas matematikas, kurs tiek originalini ir svarbi idėja matematikon būtų, kiek yra neišsėjęs W-is.

Jeigu lenkai apie Mickevičių sako, kad jis yra kentėjęs už milijonus, tai apie W- dr. siai galima pasakyti, kad jis galvojo už tą kėstanius ir už tai yra vertas didžiausios pagarbos. Deja, tie jo galvojimai rezultatai, ypač liečiantieji matematiką ir fiziką, daugumoje tebėra nepaskelbti. Jie guli sukrauti Krokuvos Moksl. Akademijos knygyne. Tos Akademijos pareiga — kuogreičiausiai išleisti visus dar neišspausčius W-io matematiškus veikalus, o jei tai susykdaryti nebūt galima, tai pradėti leisti dalimis bent pačius žymesnius. vyksta pernai W-io 150 metų gimimo jubiliejus duoda kaip tik geros progos tam darbui pradėti. Ar Krokuvos Moksl. Akademija dėl savo pareigų supras, negaliu pasakyti. Aš žinau tik tiek, kad vis matematiški W-io veikalai išleidimas turi šiandien mokslui pirmajam svarbos. Suprato tai garsi Hermanno firma Paryžiuje, išleisdama visus seniausius matematiškus W-io veikalus. Bus tikra galda, jei Krokuvos Moksl. Akademija, kaip Puškino „Šykstusis Raitelis“, pasitenkins vien W-io veikalų saugojimu.

Iš to, kas aukščiau buvo pasakyta, tariuos Tamstos, jei nepilnai, tai bent dalimi būtų pažinti W- , kaip pirmajam matematikui. Nėn tenka dar bent trumpai nušviesti klausimas, dėl ko W-is pas bendralaikius nėra radęs pripažinimo. Tam buvo keletas priežasčių.

Pirmiausia — tai W-io moksle užimtoji nauja pozicija. Savo svarbiausius matematiškus išradimus jis rėmė netiek matematiškai, kiek aukštesniais filosofiniais pagrindais, imtais daugiausia iš kritiškos Kanto filosofijos. Prancūzai gi, ypač an laiku Paryžiaus matematikai, tos filosofijos nežinojo ir nesuprato. Iš čia jie ir prikaišiojo W-iui, kad jis savo matematiškas tiesas dar sėgalvos kiais, nes patieki sėbe matematiškai rodymais. Priekaištas neteisingas, nes kas yra kiek dirbęs matematikoje, tas žino, jog rodinėti kiekvien matematišką jė išvadųjimą nėra galima. Čia užtenka nurodyti tik

kelias, kuriuo nauji rezultatai prieita ir kuriuo eidamas kiekvienas matematikas t rezultat gali prieiti. Pas W-jo filosofiški keliai visuomet esti nurodomi.

Antra W-io nepasisekimo priežastis — tai jo kietas, per griežtas b das. Užsigav s syk tuo, kad pranc zai matematikai tinkamai ne vertino jo aukš iausiojo matematikos d s- nio, jis per vis savo gyvenim juos niekino, laikydamas nemokšais, smarkiai kritikuodamas j moksliskus veikalus. Tiesa, tose savo kritikose nuo objektyvios tiesos jis nenukrypdao, ta iau nurodin damas j klaidas, juos nuo sav s galutinai atst m .

Tre ia—tai dažnai pas W- pasitaik s painiojimas mokslo klausim su filosofijos ir net politikos dalykais. Pav. savo svarbiausius išradimus astronomijoj jis yra išd j s ne moksliskame traktate, bet atvirame laiške rus carui Mikalojui i ir kunigaikš iui artoryskiui. Savaime aišku, jog tikri mokslininkai n vieno t laišk n ra skait . Vadinas, kelias naujoms tiesoms skelbti W-io buvo pasirinktas nevyk s.

Kitur, kaip šit savo derybose su Londono matematikais, W-is ty ia pakišo jiems klaiding formul , nor damas iširti, ar jie t klaid suras. Šiems klaid suradus, W-is netik neatsipraš , bet dar labiau išniekino juos, išvadindamas „ž siukais“ (oisons). Einant šitokiu keliu W-iui, žinoma, sunku buvo rasti simpatij ir pasitik jimo mokslo pasauly.

Ta iau tos ir panašios W-io žmogiškos silpnyb s negali nustelbti tikr W-io nuopeln matematikos srityje.

Jis visuomet pasiliks didis, nes pirmutinis buvo tikras matematikas filosofas.

Jis pasiliks didis, nes visas tyros ir pritaikomos matematikos šakas buvo kiaurai iš pamat ištyr s.

Jis pasiliks didis, nes daugyb svarbiausi matematikos klausim savo naujais metodais yra išsprend s ir daugyb matematišk išradim matematikos moksl praturtin s.

Jis pasiliks didis, nes šalia giliausio mokslo, jis tur jo ir giliaus tik jim , kaip tai matyt iš to, kad jo rankraš iai dažnai yra užbaigti krikš ioniška keturi raidži A M. D. G. emblema, kas reiškia ad m a j o r e m D e i g l o r i a m .

Jis didis tuo, kad vis savo gyvenim mokslui buvo paaukojęs, dirbdamas nesiekdamas labai sunkiose materialinėse sąlygose.

Jis didis dar ir tuo, kad mokslas yra aukščiau pastatytas už tautybą, nes kad ir buvo karštas lenkas patriotas, tačiau savo veikalus rašė svetima prancūzų kalba, lenkiškai ne vienos mokslo studijos nepaskelbdamas.

Tuo aš ir baigiu savo pranešimą apie W-į, kaip matematiką. Jis, žinoma, toli gražu nepilnas ir netobulas. Trumpoje paskaitoje vispusiškiau sucharakterizuoti W-io matematiški nuopelnai buvo beveik negalima.

Aš būčiau tikrai laimingas, jei įsitarpe, jauni klausytojai, atsirastų bent vienas, kuris W-io pavyzdžiu pasiryžtų vis savo gyvenimą paaukoti mokslui ir tuo patarnauti netik Lietuvos garbei, bet ir visos žmonijos naudai.

W-is, kaip jau žinome, buvo karininko profesijos. Bet jis suprato, kad anais laikais kardui Lenkijos nepakeis ir jai laisvę prarastos neatgaus. Tada remdamasis evangelijos žodžiais: „pažinkite tiesą, ir ji jus atvaduos“, W-is ir pasiryžo vis savo gyvenimą paaukoti — pilnai, absoliučiai tiesai pažinti. Šis W-io pavyzdys šiuo metu mums lietuviams. Kardui, ginklais mes Lietuvą garsi nepadarysim, bet giliu galvojuimu, aukštu mokslu, kilnia kuryba mes galime tarti pasauliui savo žodį. Tik šis visiems, o ypač jums, mieli jaunuoliai, reikia giliai atmintinai šiuo metu, kad tas žodis, dėl to, kad naujas, negali būti skolintas iš senų Markso ar Lenino raštų. Jis turėtų iškilti iš jaunos dvasios, iš karšto noro daryti gera savo broliams, žadinti juose gerą jausmą, pamilti absoliučiai tiesą ir, W-iskio pavyzdžiu, visiškai jai pasiaukoti.